La stabilità dinamica della bicicletta

Pietro A. Patricelli

23 ottobre 2002

1 Introduzione

La bicicletta, che fa la sua prima comparsa poco più di due secoli fa, nacque quasi per gioco, ma nel giro di pochi anni da semplice strumento di divertimento è divenuto il simbolo della società industriale dell'800.

Questo mezzo di trasporto, nel corso della sua storia, ha conosciuto vere e proprie rivoluzioni nella morfologia, nella struttura e nei materiali, fino a raggiungere ai nostri giorni un livello tecnologico estremamente sofisticato.

La bicicletta ha gettato le basi per lo sviluppo della tecnologia moderna, e non si esagera se si afferma che il contributo dato da questo semplice veicolo nello sviluppo dei più moderni mezzi di trasporto è stato enorme. Il pneumatico, il cuscinetto a sfera, la catena di trasmissione, le costruzioni tubolari, l'automobile e addirittura l'aereo sono solo alcuni esempi degli oggetti ormai indispensabili che fanno parte del nostro vivere quotidiano e che più o meno direttamente hanno avuto origine dalla bicicletta.

Ciononostante è sorprendente constatare quanto gli scritti teorici sulla bicicletta e sulla sua dinamica siano rari, poco facilmente reperibili e non sempre ben comprensibili: anche questo è un segno della complessità dei fenomeni inerenti al moto di questo veicolo.

In questo articolo ci proponiamo di spiegare nella maniera più semplice possibile quali siano le forze che entrano in gioco durante il moto della bicicletta permettendo al ciclista di controllarla evitando di cadere, e nello stesso tempo riusciremo a spiegare sia il perché di certe scelte costruttive (ad esempio il perché la forcella anteriore è curvata nella parte vicino al mozzo della ruota), sia certi fenomeni sperimentalmente ben noti: ad esempio, il fatto che una bicicletta in moto senza ciclista tenda a collassare in un tempo relativamente breve (ma non brevissimo), o la facilità di guida senza mani se la bicicletta è ben bilanciata, o ancora l'attitudine istintiva che tutti abbiamo ad inclinarci opportunamente per mantenere l'equilibrio del mezzo in curva.

2 L'autostabilità

Imparare ad andare in bicicletta è un'impresa alla portata di chiunque; molto meno semplice è spiegare in maniera rigorosa e convincente quali ragione fisiche rendono possibile governare una bicicletta nel modo naturale e facile che è a tutti familiare. In realtà quando la bicicletta è in movimento si innescano dei meccanismi interni di autostabilità che ci permettono di stare in equilibrio. Non è facile spiegare in termini rigorosi, ma semplici, l'azione stabilizzante di questi meccanismi poiché la dinamica della bicicletta, come del resto la dinamica di qualsiasi veicolo a due ruote, è molto più complessa della dinamica dei veicoli a quattro ruote: i veicoli a quattro ruote hanno una dinamica a due dimensioni, mentre i veicoli a due ruote una dinamica a tre dimensioni. Quindi, scrivere e studiare un sistema differenziale che descriva perfettamente la dinamica della bicicletta sarebbe così complesso da risultare poco utile per la comprensione di questi meccanismi.

Ma la comprensione è notevolmente più semplice se il meccanismo su cui si basa l'equilibrio del sistema *bicicletta + ciclista* viene schematizzato nel modo seguente:

il centro di massa del sistema resta in equilibrio se, quando la bicicletta si inclina, la ruota anteriore viene sterzata di un angolo opportuno nella direzione della caduta. Così facendo, la bicicletta si porta su una traiettoria curva di raggio tale da generare una forza centrifuga che controbilanci la caduta.

La manovra riequilibrante sulla ruota anteriore viene principalmente effettuata dal ciclista, tuttavia il veicolo è dotato di meccanismi di autostabilità che rispondono automaticamente alle perturbazioni esterne cercando di riequilibrare il sistema, e tali meccanismi danno un valido aiuto al ciclista nell'effettuare le manovre giuste.

Esamineremo, dunque, in maniera dettagliata tali meccanismi di autostabilità che possono essere suddivisi in due categorie:

- quelli dovuti alla geometria dello sterzo, e quindi, all'avancorsa;
- quelli dovuti agli effetti giroscopici delle ruote.

Ma prima dobbiamo cercare di capire in cosa consista il fenomeno dell'autostabilità: in una bicicletta ben equilibrata, al primo accenno di inclinazione per effettuare una curva, il suo sistema sterzante sarà sollecitato a ruotare, naturalmente, nel senso della curva. Cioè se il ciclista inclina la bicicletta verso destra, avverranno automaticamente alcuni fenomeni che porteranno lo sterzo a ruotare disponendo la ruota in modo tale da iniziare una larga curva in quella direzione: questo fenomeno è detto imbardata. Subito dopo la rotazione dello sterzo la forza centrifuga generata dall'imbardata farà raddrizzare la bicicletta riequilibrando il tutto, e a questo punto, sempre automaticamente, lo sterzo dovrà tornare nella posizione centrale. Il fenomeno dell'autostabilità appare evidente soprattutto se si procede senza mani. Infatti, in questa situazione ci possiamo rendere facilmente conto della presenza di momenti agenti sull'asse dello sterzo che ci permettono di effettuare curve senza agire direttamente con le mani sul manubrio, ma semplicemente inclinando la bicicletta e che, nello stesso tempo, fanno sì che la bicicletta resti in equilibrio.

3 La geometria dello sterzo e l'avancorsa

Comunemente, quando si parla di *geometria della bicicletta*, ci si riferisce alle tre grandezze geometriche seguenti (Fig. 1):

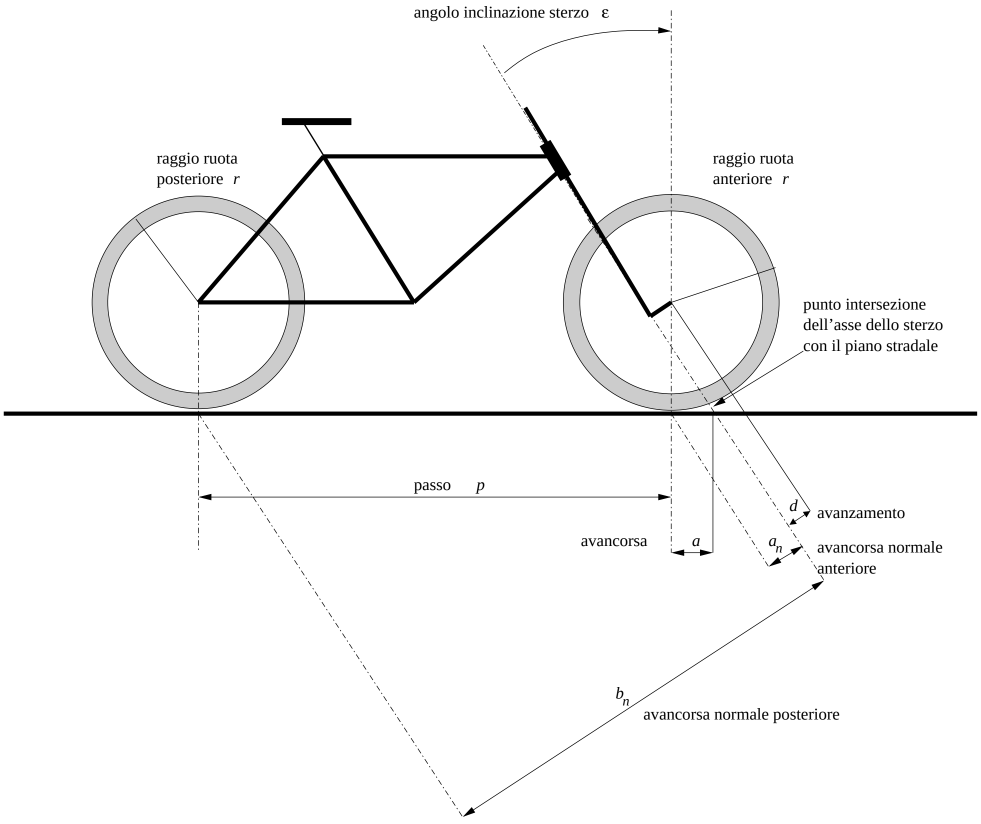

Figura 1: geometria della bicicletta

- Il passo p;
- L'angolo di inclinazione dello sterzo ε;
- L'avancorsa a.

Consideriamo la bicicletta nella posizione verticale e con il piano della ruota anteriore anche esso verticale.

Il *passo* è la distanza p tra i punti di contatto delle ruote con il piano stradale, mentre la linea che congiunge questi due punti, generalmente, è chiamata *traccia*; l'angolo di inclinazione dello sterzo è l'angolo ε compreso tra l'asse verticale e l'asse dello sterzo; l'avancorsa è la distanza tra il punto di contatto della ruota anteriore con il piano stradale e il punto di intersezione dell'asse dello sterzo sempre con il piano stradale.

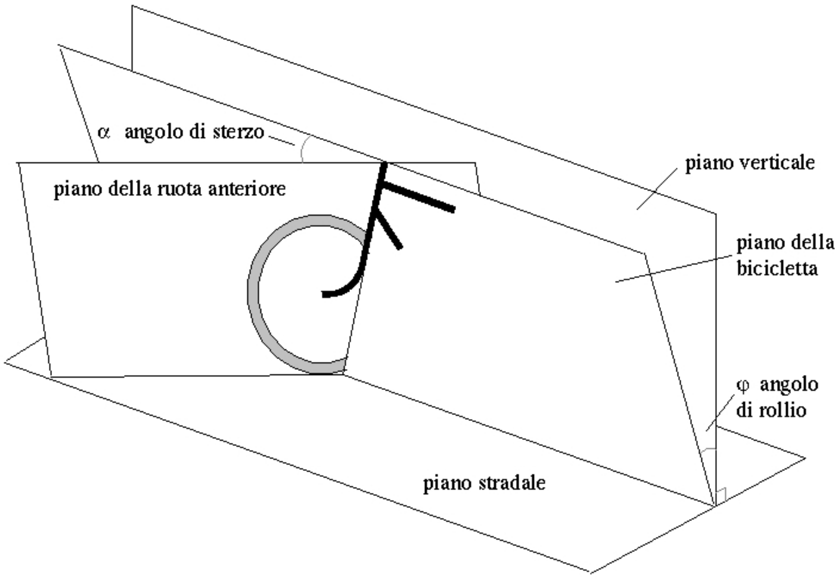

Figura 2: in figura sono rappresentati l'angolo di sterzata α e l'angolo di rollio φ.

Inoltre, come è mostrato in figura 2, indichiamo con φ l'angolo di **rollio**, ovvero l'angolo che il piano della bicicletta forma con la verticale e con α l'angolo di **sterzo**, ossia l'angolo che il piano della ruota anteriore forma con il piano della bicicletta.

In generale il manubrio, l'asse dello sterzo, la forcella e la ruota anteriore nel loro insieme vengono indicati col nome di *avantreno*, mentre il telaio e la ruota posteriore col nome di *retrotreno*.

4 L'effetto autostabilizzante dell'avancorsa

Facendo riferimento alla figura 1, ciò che è effettivamente importante non è tanto l'avancorsa, quanto *l'avancorsa normale anteriore* a_n, legata all'avancorsa a dalla semplice relazione:

$$a_n = a \cos \varepsilon = r \sin \varepsilon - d.$$

Infatti essa rappresenta la lunghezza del braccio effettivo utilizzato dalle forze laterali di attrito, generate dal moto, che sono applicate nel punto di contatto fra pneumatico e suolo e che agiscono perpendicolarmente all'intersezione del piano delle ruote con il piano della strada. Queste forze di attrito grazie all'avancorsa normale generano una coppia attorno all'asse dello sterzo che fa sterzare la ruota.

L'effetto autostabilizzante dell'avancorsa si può dividere essenzialmente in due tipi:

- effetto *raddrizzante*
- effetto *imbardante*

4.1 Effetto raddrizzante

Consideriamo una bicicletta che avanza con moto rettilineo con velocità costante e supponiamo che una perturbazione esterna (ad esempio una irregolarità del piano stradale oppure un colpo di vento laterale), provochi una leggera rotazione dello sterzo verso sinistra.
Prescindiamo per il momento dal fatto che la bicicletta cominci a girare verso sinistra e che, a causa della forza centrifuga, inizi contemporaneamente ad inclinarsi verso destra, e concentriamo invece la nostra attenzione sulla forza laterale di attrito $\overrightarrow{F}$ generata dal contatto del pneumatico con il terreno. Sul pneumatico anteriore agisce una forza di attrito $\overrightarrow{F}$ avente la medesima direzione della velocità di strisciamento (Fig. 3), ma verso opposto. La forza di attrito $\overrightarrow{F}$ genera un momento che tende a riportare lo sterzo nella posizione di equilibrio. La coppia "raddrizzante" dello sterzo risulta proporzionale al valore dell'avancorsa normale anteriore: maggiore è l'avancorsa normale anteriore, maggiore è il momento di richiamo a parità di forza laterale di attrito.

Il meccanismo appena descritto è quindi un meccanismo autostabilizzante, in quanto tende a raddrizzare lo sterzo in caso di un'improvvisa perturbazione esterna e, per questo, diremo che l'avancorsa sia fondamentale per la stabilità direzionale della bicicletta.

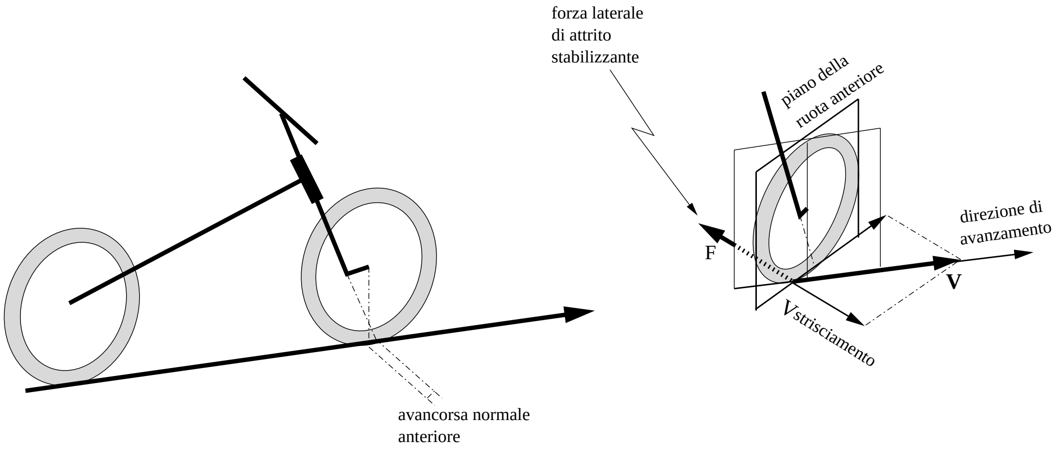

Figura 3: Nella figura è rappresentata l'azione della forza laterale di attrito F.

4.2 Effetto imbardante

L'avancorsa è in grado di innescare anche un meccanismo il cui effetto è opposto a quello appena descritto: facilita, infatti, l'inserimento in curva della bicicletta (**imbardata**) esercitando una coppia sulla ruota anteriore che la fa sterzare dalla parte in cui il veicolo si è inclinato per cominciare la curva.

Supponiamo, per fissare le idee, che si voglia effettuare una curva verso destra senza agire con le mani sul manubrio. Per fare ciò, sposteremo il nostro peso verso destra in modo tale che la bicicletta si inclini in quella direzione. In questa situazione, le forze reattive agenti sull'avantreno della bicicletta sono il *carico verticale* e la *forza laterale di attrito*. Queste forze sono applicate nel punto di contatto fra ruota anteriore e piano stradale e sono intimamente legate all'avancorsa. Infatti, ancora una volta, come è messo in evidenza nella figura 4 *l'avancorsa normale anteriore* a_n rappresenta il braccio di tali forze attorno all'asse dello sterzo, ed entrambe generano una coppia attorno ad esso. In particolare nella figura 4 è messo in evidenza come delle due forze solo il carico verticale consente l'imbardata della bicicletta, in quanto la sua componente normale al piano della ruota anteriore è rivolta verso l'esterno della curva, mentre la forza laterale di attrito ha l'effetto opposto. Fortunatamente però l'effetto del carico verticale è maggiore di quello generato dalla forza laterale di attrito, per cui il risultato finale è che quando la bicicletta si inclina da un lato, automaticamente la ruota sterza nella direzione dell'inclinazione imbardando il veicolo che così effettua una curva in quella direzione.

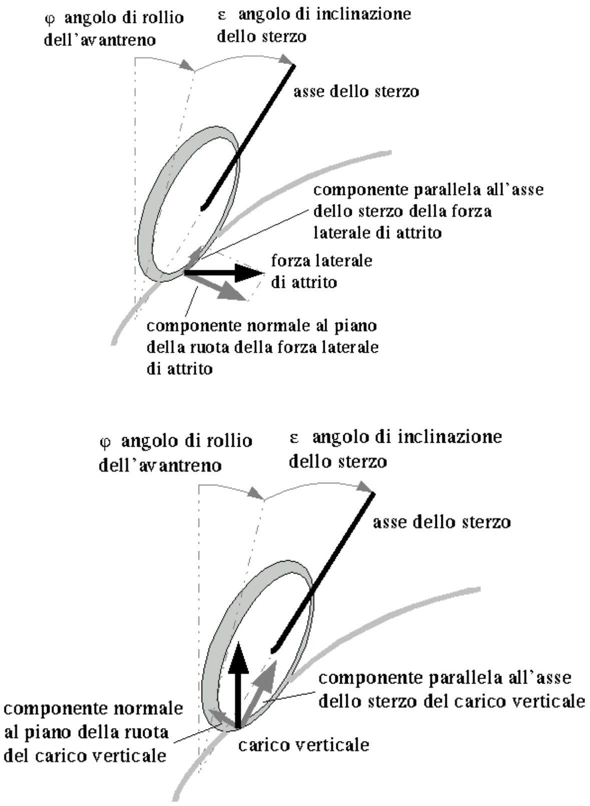

Figura 4: Forze reattive agenti sulla ruota nel punto di contatto tra pneumatico e terreno. La figura in alto mostra la forza laterale di attrito e la sua scomposizione nella componente normale al piano della ruota e in quella parallela all'asse dello sterzo. La figura in basso mostra il carico verticale agente sulla ruota sempre nel punto di contatto tra pneumatico e suolo e la sua scomposizione.

5 L'autostabilità: l'effetto giroscopico

L'azione autostabilizzante dell'avancorsa di cui si è parlato nei paragrafi precedenti è percepibile soprattutto quando si viaggia alle basse velocità, mentre all'aumentare di quest'ultima risulta preponderante l'effetto giroscopico legato alle forze generate dalle masse rotanti.
Per questo studiamo in maniera più dettagliata gli effetti dell'azione giroscopica delle ruote sulla stabilità del veicolo.
L'effetto giroscopico nasce quando la ruota dotata di moto di rotazione attorno al proprio asse, con velocità angolare ω, viene posta in rotazione anche attorno ad un secondo asse, perpendicolare al precedente, con velocità Ω.
L'effetto giroscopico si manifesta con una coppia (detta giroscopica) agente

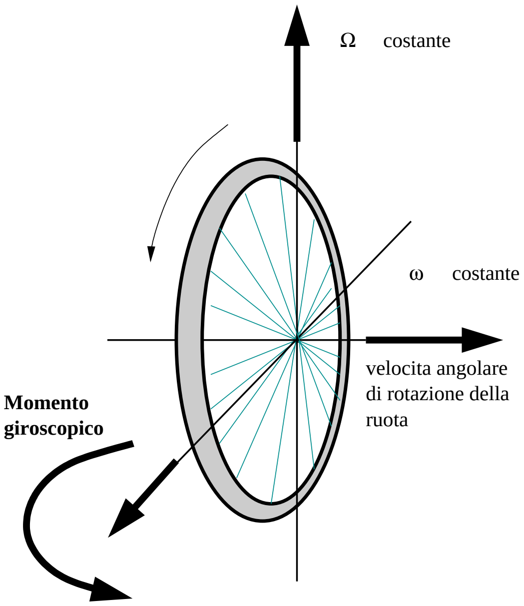

Figura 5: Nella figura è rappresentata l'azione del momento giroscopico su una ruota che gira con velocità ω attorno all'asse polare (detto anche asse giroscopico) e con velocità Ω attorno a un asse perpendicolare a quello giroscopico.

attorno ad un terzo asse perpendicolare ai precedenti (Fig. 5). Il valore del momento giroscopico è pari al prodotto fra il momento di inerzia polare I della ruota calcolato rispetto al suo asse di rotazione [1], la velocità di rotazione ω della ruota e la velocità angolare Ω con cui la ruota gira attorno ad un asse perpendicolare a quello di rotazione. Ossia:

$$M_{giroscopico} = I\ \omega\ \Omega$$

Nella dinamica della bicicletta si riscontrano diversi tipi di *effetti giroscopici*:

- **effetto giroscopico di imbardata**: effetto giroscopico generato dalla rotazione delle ruote, nel moto stazionario in curva (*modulo della velocità di avanzamento e raggio di curvatura della traiettoria costanti*);
- **effetto giroscopico di rollio**: effetto giroscopico generato dalla rotazione delle ruote, durante il moto di rollio della bicicletta, attorno all'asse che passa per i punti di contatto delle ruote con il terreno (*traccia*);

---

[1] Il momento di inerzia polare è una sorta di descrittore della ruota e delle sue caratteristiche di massa.

- **effetto giroscopico di sterzata**: effetto giroscopico generato dalla rotazione della ruota anteriore, durante una sterzata.

5.1 Effetto giroscopico di imbardata

Consideriamo una ruota anteriore o posteriore che ruota attorno al proprio asse con velocità angolare costante ω mentre la bicicletta percorre una curva di raggio R con velocità di imbardata Ω anche essa costante.
Il moto della ruota in curva genera un momento giroscopico attorno all'asse orizzontale, che tende a raddrizzare la bicicletta (Fig. 6). In questo modo, tale effetto giroscopico dà al ciclista un valido contributo nel riportare la bicicletta in posizione verticale dopo aver affrontato una curva. È da notare, inoltre, che a questo effetto giroscopico contribuiscono entrambe le ruote.

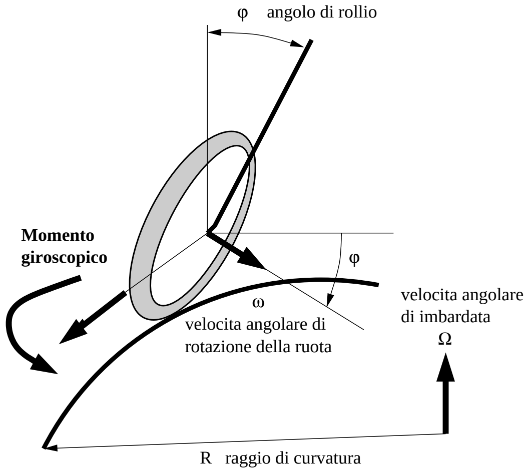

Figura 6: Momento giroscopico di imbardata

5.2 Effetto giroscopico di rollio

Questo effetto giroscopico si verifica quando si inclina la bicicletta, ad esempio, per fissare le idee, supponiamo che la bicicletta si stia inclinando da sinistra verso destra. In questo caso, il moto di rotazione della ruota anteriore, insieme al moto di rollio verso destra, dà origine ad un momento giroscopico M, che agisce sull'avantreno, la cui proiezione sull'asse dello sterzo risulta:

$$M = -I\omega\Omega\cos\varepsilon$$

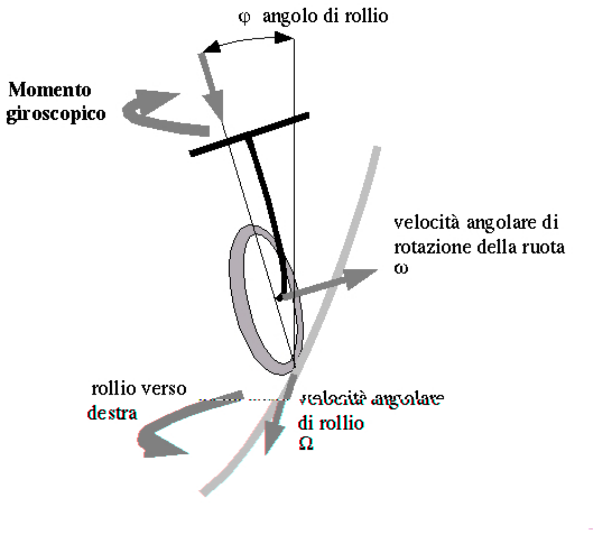

Figura 7: Momento giroscopico di rollio

dove ε indica l'angolo di inclinazione dello sterzo rispetto alla verticale (Fig. 7). Il momento giroscopico tende, dunque, a far ruotare lo sterzo verso destra, ovvero nello stesso verso in cui si è inclinata la bicicletta, favorendo così il suo inserimento in curva: *l'aumento dell'angolo di sterzata provoca, infatti, una diminuzione del raggio di curvatura.* Analogamente, quando il moto di rollio cambia di segno, e la bicicletta ritorna nella posizione verticale, il momento giroscopico tende a diminuire l'angolo di sterzata, favorendo quindi il passaggio dal moto in curva al moto in rettilineo.
Possiamo allora affermare che questo effetto giroscopico è *stabilizzante*, nel senso che tende a mantenere la bicicletta in equilibrio esercitando un'azione raddrizzante.

5.3 Effetto giroscopico di sterzata

Supponiamo che la bicicletta stia percorrendo una traiettoria rettilinea e che sia in posizione verticale (angolo di rollio nullo). Ruotando il manubrio da destra verso sinistra, poiché la direzione del moto della ruota è perpendicolare all'asse dello sterzo, si genera un momento giroscopico attorno all'asse di rollio pari a:

$$M = I\omega\Omega\cos\varepsilon$$

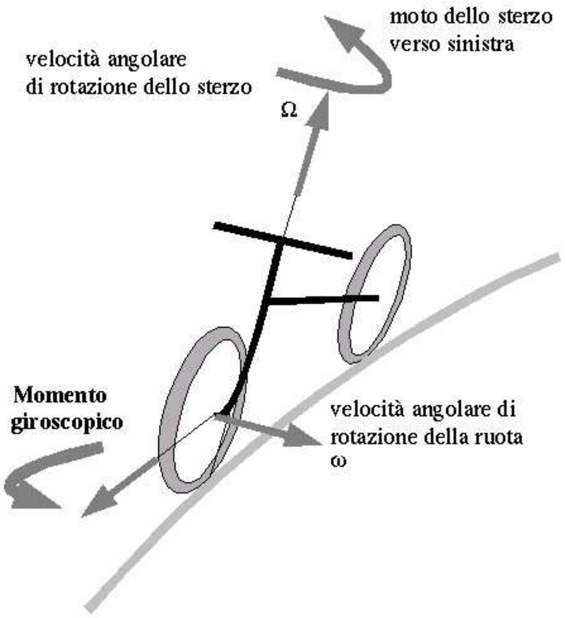

Figura 8: Momento giroscopico del moto dello sterzo

dove ε rappresenta l'angolo di inclinazione dello sterzo rispetto alla verticale. Questo momento giroscopico, come mostrato nella figura 8, tende ad inclinare la bicicletta verso la direzione opposta al moto dello sterzo. In particolare, questo effetto è tanto più evidente quanto più è grande la velocità di rotazione dello sterzo Ω.
Per questo motivo, nella guida veloce, per curvare in una direzione, è necessario dare prima un colpo di sterzo nella direzione opposta a quella in cui si vuole curvare, perché in questo modo la bicicletta si inclina nella direzione desiderata e, a questo punto, è possibile cominciare la curva in quella direzione.

6 Conclusioni

L'approccio seguito per studiare la stabilità dinamica della bicicletta è stato di tipo qualitativo e, in base ai risultati ottenuti, possiamo affermare che il ciclista gioca un ruolo fondamentale nel mantenere la bicicletta in equilibrio durante la marcia. Infatti quando il ciclista sente la bicicletta inclinarsi da una parte sterza leggermente nella direzione della caduta in modo tale da generare la giusta correzione centrifuga necessaria a ristabilire l'equilibrio.

Ciononostante, per conseguire tale risultato, egli è coadiuvato dagli effetti autostabilizzanti di cui si è parlato in precedenza (quelli dovuti all'avancorsa e quelli dovuti agli effetti giroscopici), e probabilmente proprio questa è la ragione per cui ci è così naturale condurre una bicicletta.

A questo punto è naturale domandarsi cosa succederebbe se la bicicletta non fosse dotata di autostabilità. Sarebbe ancora possibile controllarla? Il fisico sperimentale **David E. H. Jones** cercò di dare una risposta a questa domanda costruendo una bicicletta *"instabile"*, ovvero una bicicletta in cui cercò di annullare tutti quei fenomeni che avessero un effetto autostabilizzante sul veicolo. Costruì, quindi, una bicicletta con avancorsa nulla e, per eliminare l'effetto giroscopico della ruota anteriore, applicò a quest'ultima una ruota supplementare libera di ruotare nel verso opposto ad essa, in modo che gli effetti giroscopici di entrambe si elidessero vicendevolmente. Ciò che ottenne fu una bicicletta ancora governabile dal ciclista, ma con molta difficoltà. Mantenere l'equilibrio risultava molto difficile soprattutto se una improvvisa perturbazione esterna alterava le condizioni di marcia del veicolo. E cercare di governarla senza mani fu praticamente impossibile.

Questo esperimento ci fa capire quanto nella stabilità dei veicoli a due ruote siano importanti tutti quei fenomeni che ne assicurino l'autostabilità e quanto sia importante curare quest'aspetto nella loro realizzazione, soprattutto per le motociclette le cui alte velocità richiedono una grande stabilità.

Riferimenti bibliografici

[1] J. Lowell e D. McKeil, *The stability of bicycles*, Am. J. Physics, **50** (12), 1106-1112, Dicembre 1982.

[2] D. E. H. Jones, *The stability of the bicycle*, Phys. Today, **23** (4), 34-40, Aprile 1970.

[3] D. Kirschner, *Some nonexplanations of bicycle stability* Am. J. Physics, **48**(1), 36-38, Gennaio 1980.

[4] S. Timoshenko e D. H. Young, *Advanced Dynamics*, 238-243, 1948.

[5] Bouasse, *Gyroscopes et projectiles*, 147-160, 1923.

[6] R. H. Pearsall, *Proc. Inst. Automobile Eng.*, **17**, 395, 1922.

[7] S. S. Wilson, *Bicycle technology*

[8] V. Cossalter, *Cinematica e dinamica della motocicletta*